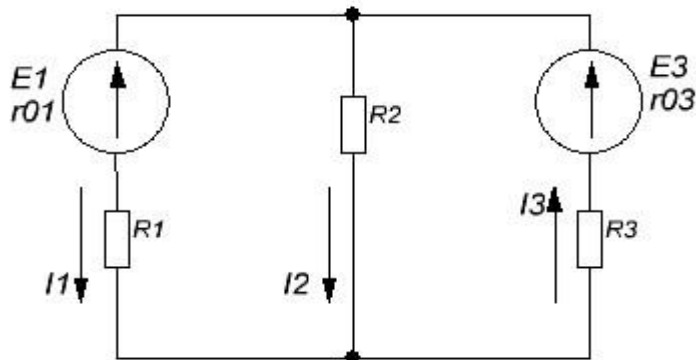


ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ СЕМЕСТРОВОГО ЗАДАНИЯ МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ



Дано: $E_1 = 35 \text{ В}$, $E_3 = 70 \text{ В}$,

$$r_{01} = 0,3 \text{ Ом}, \quad r_{03} = 0,1 \text{ Ом},$$

$$R_1 = 1,7 \text{ Ом}, \quad R_2 = 4 \text{ Ом},$$

$$R_3 = 0,9 \text{ Ом}$$

Определить: I_1, I_2, I_3

Рисунок 1 – Исходная схема

Решение:

1. Определяем частичные токи от первой ЭДС, приняв $E_3 = 0$. Схема принимает вид, представленный на рис.2.

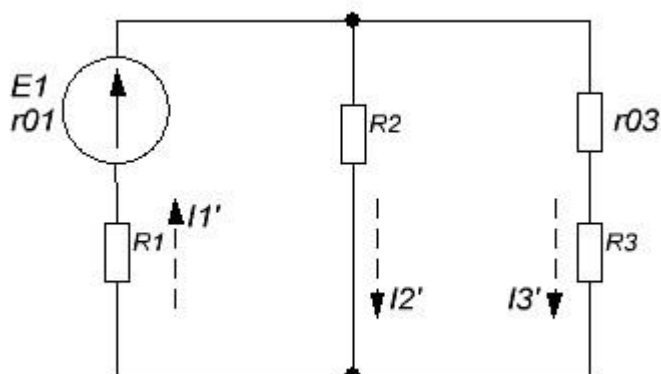


Рисунок 2 – Схема протекания частичных токов от E_1

- 1.1. Определяем общее сопротивление схемы (рис.2):

$$R_{1B} = R_1 + r_{01} = 1,7 + 0,3 = 2 \text{ Ом}, \quad R_{2B} = R_2 + r_{02} = 4 + 0 = 4 \text{ Ом}, \quad R_{3B} = R_3 + r_{03} = 0,9 + 0,1 = 1 \text{ Ом}$$

$$R_{23} = \frac{R_{2B} \times R_{3B}}{R_{2B} + R_{3B}} = \frac{4 \times 1}{4 + 1} = 0,8 \text{ Ом}, \quad R'_{06} = R_{1B} + R_{23} = 2 + 0,8 = 2,8 \text{ Ом}$$

- 1.2. Определяем частичные токи от ЭДС E_1 :

$$I'_1 = \frac{E_1}{R'_{06}} = \frac{35}{2,8} = 12,5 \text{ А}, \quad U_{23} = I'_1 \times R_{23} = 12,5 \times 0,8 = 10 \text{ В}, \quad I'_2 = \frac{U_{23}}{R_{2B}} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ А},$$

$$I'_3 = \frac{U_{23}}{R_{3B}} = \frac{10}{1} = 10 \text{ А}$$

- 1.3. Проверка по первому закону Кирхгофа:

$$I'_1 = I'_2 + I'_3, \quad 12,5 \text{ А} = 2,5 + 10 = 12,5 \text{ А}$$

2. Определяем частичные токи от третьей ЭДС, приняв $E_1 = 0$. Схема принимает вид, представленный на рис.3.

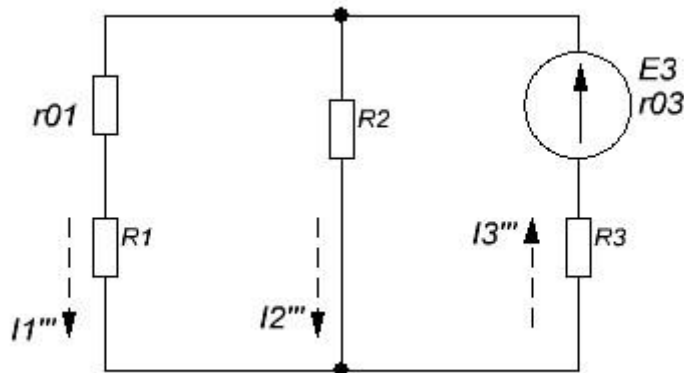


Рисунок 3 – Схема протекания частичных токов от E_3

2.1. Определяем общее сопротивление схемы (рис.3):

$$R_{12} = \frac{R_{1B} \times R_{2B}}{R_{1B} + R_{2B}} = \frac{2 \times 4}{2 + 4} = 1,3(3) \text{ Ом} , \quad R_{\text{об}}''' = R_{3B} + R_{12} = 1 + 1,3(3) = 2,3(3) \text{ Ом}$$

2.2. Определяем частичные токи от ЭДС E_3 :

$$I_3''' = \frac{E_3}{R_{\text{об}}'''} = \frac{70}{2,3(3)} = 30 \text{ A} , \quad U_{12} = I_3''' \times R_{12} = 30 \times 1,3(3) = 40 \text{ В} , \quad I_{1B}''' = \frac{U_{12}}{R_{1B}} = \frac{40}{2} = 20 \text{ A} ,$$

$$I_2''' = \frac{U_{12}}{R_{2B}} = \frac{40}{4} = 10 \text{ A}$$

2.3. Проверка по первому закону Кирхгофа:

$$I_3''' = I_1''' + I_2''' , \quad 30 \text{ A} = 20 + 10 = 30 \text{ A}$$

3. Определяем токи ветвей в исходной схеме путем наложения частичных токов (если частичный ток направлен вверх, то его значение принимаем со знаком «+», а если - вниз, то со знаком «-»):

$$I_1 = I_1' - I_1''' = 12,5 - 20 = -7,5 \text{ A} , \quad I_2 = -I_2' - I_2''' = -2,5 - 10 = -12,5 \text{ A} ,$$

$$I_3 = -I_3' + I_3''' = -10 + 30 = 20 \text{ A}$$

Знак «+» перед величиной I_3 указывает на то, что в исходной схеме этот ток направлен вверх, а токи I_1 и I_2 - вниз.

4. Выясняем режим работы источников тока. Источник E_3 - генератор, т.к. направление ЭДС E_3 совпадает с направлением тока I_3 , а источник E_1 - потребитель, т.к. направление ЭДС E_1 не совпадает с направлением тока I_1 .

5. Определяем мощности:

5.1. Генератора:

$$P_{r3} = E_3 \times I_3 = 70 \times 20 = 1400 \text{ Вт}$$

5.2. Потребителей электроэнергии:

$$P_1 = I_1^2 \times R_1 = 7,5^2 \times 1,7 = 95,625 \text{ Вт} , \quad P_2 = I_2^2 \times R_2 = 12,5^2 \times 4 = 625 \text{ Вт} ,$$

$$P_3 = I_3^2 \times R_3 = 20^2 \times 0,9 = 360 \text{ Вт} , \quad P_{и1} = E_1 \times I_1 = 35 \times 7,5 = 262,5 \text{ Вт}$$

5.3. Потерь в источниках:

$$P_{01} = I_1^2 \times r_{01} = 7,5^2 \times 0,3 = 16,875 \text{ Вт} , P_{03} = I_3^2 \times r_{03} = 20^2 \times 0,1 = 40 \text{ Вт}$$

б. Составляем баланс мощностей: сумма мощностей всех генераторов должна быть равна сумме мощностей всех потребителей плюс мощности потерь в источниках:

$$P_{Г3} = P_{И1} + P_1 + P_2 + P_3 + P_{01} + P_{02} , \quad 1400 = 95,625 + 625 + 360 + 262,5 + 16,875 + 40 ,$$

$$1400 \text{ Вт} = 1400 \text{ Вт}$$

Т.к. баланс выполняется, задача решена верно.

МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПО ЗАКОНАМ КИРХГОФА

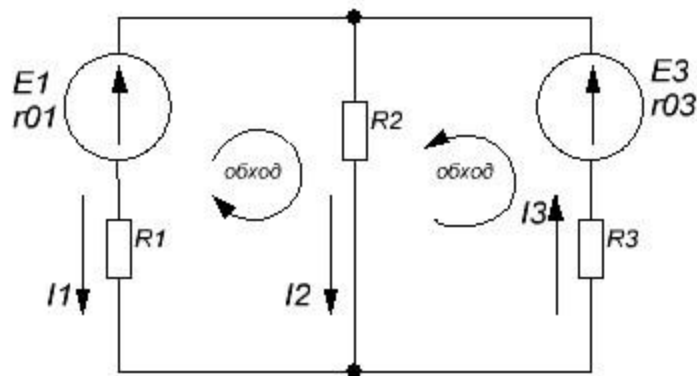


Рисунок 4 - Исходная схема
Решение:

1. Произвольно выбираем направление токов в ветвях и направление обхода контуров (рис.4).

2. Составляем систему уравнений по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_3 = I_2 + I_1 \\ E_1 = -I_1 \times R_1 + r_{01} \rightarrow I_2 \times R_2 \\ E_3 = I_2 \times R_2 + I_3 \times R_3 + r_{03} \end{cases}$$

3. Подставим в систему известные величины:

$$\begin{cases} I_3 = I_2 + I_1 \\ 35 = -I_1 \times (7 + 0,3) \rightarrow 4I_2 \\ 70 = 4I_2 + I_3 \times (9 + 0,1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_3 = I_2 + I_1 \\ 35 = -2I_1 + 4I_2 \\ 70 = I_3 + 4I_2 \end{cases}$$

4. Выразим из первого уравнения ток I_3 и подставим его значение в остальные уравнения:

$$\begin{cases} 35 = -2I_1 + 4I_2 \\ 70 = I_1 + I_2 + 4I_2 \\ 35 = -2I_1 + 4I_2 \\ 70 = I_1 + 5I_2 \end{cases}$$

5. Применим метод алгебраического сложения. Для этого второе уравнение последней системы умножим на 2, чтобы уравнять коэффициенты при токе I_1 :

$$\begin{cases} 35 = -2I_1 + 4I_2 \\ 140 = 2I_1 + 10I_2 \end{cases}$$

После сложения получаем: $175 = 14I_2$, отсюда $I_2 = \frac{175}{14} = 12,5 \text{ A}$

6. Подставим полученное значение тока I_2 в третье уравнение системы:

$$70 = I_1 + 5I_2, \quad 70 = 5 \times 12,5 + I_1, \quad 70 = 62,5 + I_1, \quad 70 - 62,5 = I_1, \quad I_1 = 7,5 \text{ A}$$

7. Из первого уравнения системы определим ток:

$$I_3 = I_2 + I_1 = 12,5 + 7,5 = 20 \text{ A}$$

8. Проверка: составим независимое уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$E_1 - E_3 = -I_1 \times (R_1 + r_{01}) - I_3 \times (R_3 + r_{03}) \quad 35 - 70 = -7,5 \times (1,7 + 0,3) - 20 \times (0,9 + 0,1) \\ -35 = -15 - 20 \quad -35 = -35$$

Равенство верно, задача решена правильно.

МЕТОД УЗЛОВОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Решение:

1. Примем положительными ЭДС и токи во всех ветвях, если они направлены от нижнего узла В к верхнему узлу А.

2. Определяем проводимости ветвей:

$$g_1 = \frac{1}{R_1 + r_{01}} = \frac{1}{1,7 + 0,3} = 0,5 \text{ См},$$

$$g_2 = \frac{1}{R_2 + r_{02}} = \frac{1}{4 + 0} = 0,25 \text{ См},$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3 + r_{03}} = \frac{1}{0,9 + 0,1} = 1 \text{ См}$$

3. Определяем узловое напряжение:

$$U_o = \frac{E_1 \times g_1 + E_2 \times g_2 + E_3 \times g_3}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{35 \times 0,5 + 70 \times 1}{0,5 + 0,25 + 1} = 50 \text{ В}$$

4. Определяем токи ветвей:

$$I_1 = \overset{\ominus}{E_1} - U_o \overset{\otimes}{\times} g_1 = \overset{\ominus}{35} - 50 \overset{\otimes}{\times} 0,5 = -7,5 \text{ A}, \quad I_2 = \overset{\ominus}{E_2} - U_o \overset{\otimes}{\times} g_2 = \overset{\ominus}{0} - 50 \overset{\otimes}{\times} 0,25 = -12,5 \text{ A},$$

$$I_3 = \overset{\ominus}{E_3} - U_o \overset{\otimes}{\times} g_3 = \overset{\ominus}{70} - 50 \overset{\otimes}{\times} 1 = 20 \text{ A}$$

Знак «-» перед величиной тока I_1, I_2 говорит о том, что направлены эти токи не вверх, как мы первоначально приняли, а вниз.