

Пример выполнения семестрового задания №2

Цепь, состоящая из двух параллельных ветвей, параметры которых $r_1 = 16 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 12 \text{ Ом}$, $r_2 = 30 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 40 \text{ Ом}$, присоединена к сети с напряжением $U = 179 \cdot \sin 628t$.

Определить: 1) частоту электрической сети; 2) действующее значение напряжения сети; 3) токи в параллельных ветвях и ток в неразветвленной части цепи; 4) коэффициент мощности каждой ветви и всей цепи; 5) углы сдвига фаз токов относительно напряжения сети; 6) активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму напряжения и токов.

Общий метод расчета

Решение:

1. Частота электрической цепи определяется из формулы угловой частоты
 $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{628}{2 \cdot 3,14} = 100 \text{ Гц}$$

2. Действующее значение напряжения определяется по известному амплитудному значению напряжения (U_m)

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{179}{1,41} = 127 \text{ В}$$

3. Расчет первой ветви:

3.1 Сопротивление: $Z_1 = \sqrt{r_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{16^2 + (12 - 0)^2} = 20 \text{ Ом}$

3.2 Ток ветви: $I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{127}{20} = 6,35 \text{ А}$

- 3.3 Разложим ток ветви на активную и реактивную составляющие:

$$I_{A1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 6,35 \cdot 0,8 = 5,08 \text{ А}, \quad \text{где } \cos \varphi_1 = \frac{r_1}{Z_1} = \frac{16}{20} = 0,8$$

$$I_{P1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 = 6,35 \cdot 0,6 = 3,81 \text{ А}, \quad \text{где } \sin \varphi_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1} = \frac{12 - 0}{20} = 0,6$$

- 3.4 Мощности ветви:

$$P_1 = I_1^2 \cdot r_1 = 6,35^2 \cdot 16 = 645 \text{ Вт}, \quad Q_1 = I_1^2 \cdot (X_{L1} - X_{C1}) = 6,35^2 \cdot (12 - 0) = 484 \text{ ВАр}$$

4. Расчет второй ветви:

4.1 Сопротивление: $Z_2 = \sqrt{r_2^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2} = \sqrt{30^2 + (0 - 40)^2} = 50 \text{ Ом}$

4.2 Ток ветви: $I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{127}{50} = 2,54 \text{ А}$

- 4.3 Разложим ток ветви на активную и реактивную составляющие:

$$I_{A2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 2,54 \cdot 0,6 = 1,52 \text{ А}, \quad \text{где } \cos \varphi_2 = \frac{r_2}{Z_2} = \frac{30}{50} = 0,6$$

$$I_{P2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2 = 2,54 \cdot (-0,8) = -2,03 \text{ А}, \quad \text{где } \sin \varphi_2 = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2} = \frac{0 - 40}{50} = -0,8$$

- 4.4 Мощности ветви:

$$P_2 = I_2^2 \cdot r_2 = 2,54^2 \cdot 30 = 194 \text{ Вт}, \quad Q_2 = I_2^2 \cdot (X_{L2} - X_{C2}) = 2,54^2 \cdot (0 - 40) = -258 \text{ ВАр}$$

5. Расчет всей цепи:

- 5.1 Ток неразветвленной части цепи:

$$I = \sqrt{I_A^2 + I_P^2} = \sqrt{6,6^2 + 1,78^2} = 6,84 \text{ А},$$

$$\text{где } I_A = I_{A1} + I_{A2} = 5,08 + 1,52 = 6,6 \text{ A,}$$

$$I_P = I_{P1} + I_{P2} = 3,81 - 2,03 = 1,78 \text{ A}$$

$$5.2 \text{ Мощности: } S = U \cdot I = 127 \cdot 6,84 = 869 \text{ VA}$$

$$P = P_1 + P_2 = 645 + 194 = 839 \text{ Вт}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 484 - 258 = 226 \text{ ВАр}$$

$$5.3 \text{ Коэффициент мощности: } \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{839}{869} = 0,965$$

Метод проводимостей

1. Для определения токов необходимо найти проводимость ветвей и всей цепи:

1) активная, реактивная и полная проводимости первой ветви:

$$g_1 = \frac{r_1}{Z_1^2} = \frac{16}{16^2 + 12^2} = \frac{16}{400} = 0,04 \text{ См}$$

$$b_1 = \frac{X_{L1}}{Z_1^2} = \frac{12}{16^2 + 12^2} = \frac{12}{400} = 0,03 \text{ См}$$

$$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2} = \sqrt{0,04^2 + 0,03^2} = \sqrt{0,0025} = 0,05 \text{ См}$$

2) активная, реактивная и полная проводимости второй ветви:

$$g_2 = \frac{r_2}{Z_2^2} = \frac{30}{30^2 + 40^2} = \frac{30}{2500} = 0,012 \text{ См}$$

$$b_2 = \frac{-X_{C2}}{Z_2^2} = \frac{40}{30^2 + 40^2} = \frac{40}{2500} = -0,016 \text{ См}$$

$$y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2} = \sqrt{0,012^2 + (-0,016)^2} = \sqrt{0,0004} = 0,02 \text{ См}$$

3) активная, реактивная и полная проводимости всей цепи:

$$g = g_1 + g_2 = 0,04 + 0,012 = 0,052 \text{ См}$$

$$b = b_1 + b_2 = 0,03 + (-0,016) = 0,014 \text{ См}$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{0,052^2 + 0,014^2} = \sqrt{0,0029} = 0,054 \text{ См}$$

2. Токи в ветвях и ток в неразветвленной части цепи:

$$I_1 = U \cdot y_1 = 127 \cdot 0,05 = 6,35 \text{ A}$$

$$I_2 = U \cdot y_2 = 127 \cdot 0,02 = 2,54 \text{ A}$$

$$I = U \cdot y = 127 \cdot 0,054 = 6,86 \text{ A}$$

3. Коэффициент мощности и углы сдвига фаз относительно напряжения каждой ветви и всей цепи:

$$\cos \varphi_1 = \frac{g_1}{y_1} = \frac{0,04}{0,05} = 0,8; \quad \varphi_1 = 37^\circ$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{g_2}{y_2} = \frac{0,012}{0,02} = 0,6; \quad \varphi_2 = -53^\circ$$

$$\cos \varphi = \frac{g}{y} = \frac{0,052}{0,054} = 0,963; \quad \varphi = 12^\circ$$

По коэффициентам мощности $\cos \varphi$ с помощью таблицы Брадиса или инженерного калькулятора определяются углы сдвига фаз между токами и напряжениями.

4. Активная, реактивная и полная мощности цепи:

$$P = U^2 \cdot g = 127^2 \cdot 0,052 = 838,7 \text{ Вт}$$

$$Q = U^2 \cdot b = 127^2 \cdot 0,014 = 225,8 \text{ ВАр}$$

$$S = U^2 \cdot y = 127^2 \cdot 0,054 = 871 \text{ В} \cdot \text{A}$$

Для построения векторной диаграммы токов и напряжения определяются активные и реактивные составляющие токов ветвей и всей цепи:

$$I_{a1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 6,35 \cdot 0,8 = 5,08 \text{ A}$$

$$I_{a2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 2,54 \cdot 0,6 = 1,524 \text{ A}$$

$$I_a = I \cdot \cos \varphi = 6,86 \cdot 0,963 = 6,604 \text{ A}$$

$$I_{p1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 = 6,35 \cdot 0,6 = 3,81 \text{ A}$$

$$I_{p2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2 = 2,54 \cdot 0,8 = 2,032 \text{ A}$$

$$I_p = I \cdot \sin \varphi = 6,86 \cdot 0,259 = 1,78 \text{ A}$$

Выбираем масштабы векторов напряжения и токов:

$$m_U = 25 \text{ B/см}; \quad m_I = 1 \text{ A/см}$$

Определяются длины векторов напряжения и токов:

$$\overline{U} = \frac{|U|}{m_U} = \frac{127}{25} = 5,08 \text{ см}; \quad \overline{I_a} = \frac{|I_a|}{m_I} = \frac{6,604}{1} = 6,604 \text{ см};$$

$$\overline{I_{a1}} = \frac{|I_{a1}|}{m_I} = \frac{5,08}{1} = 5,08 \text{ см} \quad \overline{I_p} = \frac{|I_p|}{m_I} = \frac{1,78}{1} = 1,78 \text{ см};$$

$$\overline{I_{p1}} = \frac{|I_{p1}|}{m_I} = \frac{3,81}{1} = 3,81 \text{ см} \quad \overline{I_1} = \frac{|I_1|}{m_I} = \frac{6,35}{1} = 6,35 \text{ см};$$

$$\overline{I_{a2}} = \frac{|I_{a2}|}{m_I} = \frac{1,524}{1} = 1,524 \text{ см} \quad \overline{I_2} = \frac{|I_2|}{m_I} = \frac{2,54}{1} = 2,54 \text{ см};$$

$$\overline{I_{p2}} = \frac{|I_{p2}|}{m_I} = \frac{2,032}{1} = 2,032 \text{ см} \quad \overline{I} = \frac{|I|}{m_I} = \frac{6,86}{1} = 6,86 \text{ см};$$

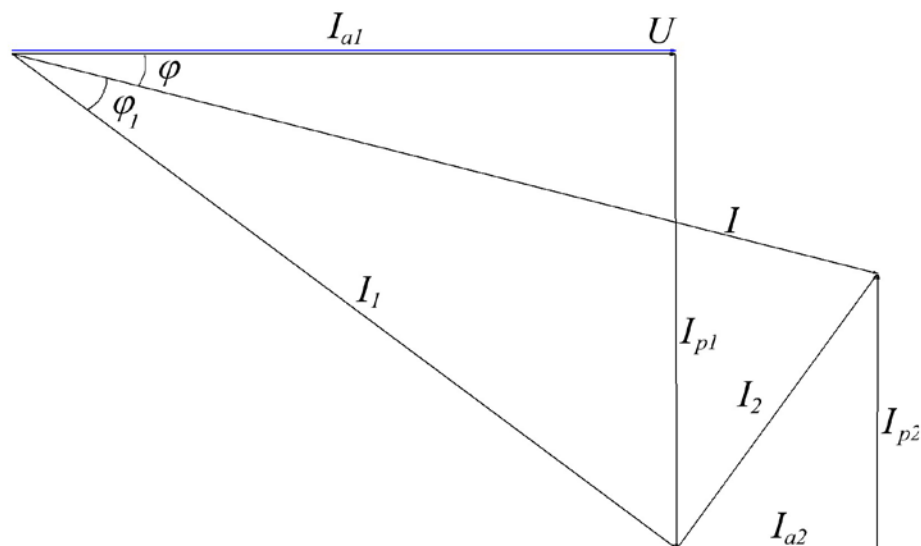


Рисунок 1 – Векторная диаграмма токов и напряжений